

МЕТОД РАСЧЕТА ПЕРЕНОСА БЫСТРЫХ ЭЛЕКТРОНОВ В ДИЭЛЕКТРИКАХ В СЛАБОМ ЭЛЕКТРИЧЕСКОМ ПОЛЕ

О. Б. ЕВДОКИМОВ, В. И. ВЕРЕТЕЛЬНИК

(Представлена научным семинаром НИИ ЭИ)

В работе [1] на основе модели отрезков [2] в приближении непрерывного замедления разработан метод расчета переноса быстрых электронов в пластине вещества с неоднородным электрическим полем. Кинетическое уравнение вида [1] с учетом граничных условий преобразовано к системе рекуррентных соотношений для угловых моментов гармонических коэффициентов функции распределения. Недостатками работы являются сложные специальные функции, возникающие в процессе решения, а также необходимость для каждой напряженности электрического поля производить отдельный расчет, чего можно избежать в случае слабых полей.

В данной работе представлен вариант решения кинетического уравнения на основе модели отрезков для случая слабых электрических полей.

Уравнение баланса для траекторного дифференциального потока $I(x, T, u)$ в одномерном случае запишется в виде

$$I^{j+1}(x, u_{j+1}) = \int_{4\pi} I^j(x - \lambda u_j, T - \Delta T, u_j) g_E(\lambda, u_j \rightarrow u_{j+1}) du_j, \quad (1)$$

где обозначения те же, что и в [2], $\Delta T > 0$.

В случае слабого электрического поля выражение для длины отрезка λ можно записать $\lambda = \lambda_0 \left(1 + \frac{eEu}{B}\right)$, где $\lambda_0 = \Delta T \cdot B^{-1}$.

Функцию, описывающую дифференциальный поток, разложим в ряд Тейлора в точке $x - \lambda_0 u_j$.

Представим траекторный дифференциальный поток в обеих частях уравнения (1) и $g_E(\lambda, u_j \rightarrow u_{j+1})$ в виде разложения по полиномам Лежандра:

$$I^j(x, u_j) = \sum_l \frac{2l+1}{4\pi} I_l^j(x) P_l(u_j), \quad (3)$$

$$g_E(\lambda, u_j \rightarrow u_{j+1}) = \sum_l \frac{2l+1}{4\pi} g_{El}(\lambda, u_j) P_l(u_{j+1}). \quad (4)$$

Угловые моменты $I_l^j(x)$ разлагаются на $-L \leq x \leq L$ в ряд Фурье

$$I_l^j(x) = \sum_k I_{lk}^j \exp(ik\pi x L^{-1}). \quad (5)$$

Решение для моментов $g_{El}(\lambda, u_j)$ дано в работе [3]. Воспользовав-

шись случаем слабого поля, разложим в ряд Тейлора g^0 по малому параметру eEB^{-1} . Преобразовывая выражения

$$\int_{-1}^1 u_j e^{-\mu u_j} P_l(u_j) P_{l'}(u_j) du_j;$$

$$\int_{-1}^1 u_j^2 e^{-\mu u_j} P_l(u_j) P_{l'}(u_j) du_j,$$

используя рекуррентную формулу для полиномов Лежандра

$$u P_l(u) = \frac{l+1}{2l+1} P_{l+1}(u) + \frac{l}{2l+1} P_{l-1}(u)$$

и обозначая

$$\mu = i\kappa\pi\lambda_0 L^{-1}; \quad E_{l,l'}(-\mu) = \frac{1}{2} \int_{-1}^1 e^{-\mu u_j} P_{l'}(u_j) P_l(u_j) du_j;$$

$$C_{l+1} = \frac{\exp(-S_l \lambda_0) - \exp(S_{l+1} \lambda_0)}{S_{l+1} - S_l}; \quad (2l+1) \exp(-S_l \lambda_0) = G_{l0};$$

$$C_{l-1} = \frac{\exp(-S_l \lambda_0) - \exp(S_{l-1} \lambda_0)}{S_{l-1} - S_l}; \quad (2l+1) I_{kl} = I_{kl},$$

уравнение (1) запишем в виде

$$I_{kl}^{j+1} = \sum_{l'} I_{kl}^j \left\{ G_{l0} E_{l,l'}(-\mu) + \frac{eE}{B} S_l \lambda_0 G_{l0} \right\} \quad (6)$$

$$\left[\frac{l+1}{2l+1} E_{l+1,l'}(-\mu) + \frac{l}{2l+1} E_{l-1,l'}(-\mu) \right] - \frac{eE}{PV} G_{l0} l(l+1) \times$$

$$\times [C_{l+1} E_{l+1,l'}(-\mu) - C_{l-1} E_{l-1,l'}(-\mu)] - \frac{eE}{B} \lambda_0 \sum_{l'} I_{kl}^j \times$$

$$\times G_{l0} \left[\frac{(l+1)(l+2)}{(2l+1)(2l+3)} E_{l+2,l'}(-\mu) + \frac{(l+3)^2}{(2l+1)(2l+3)} E_{l,l'}(-\mu) + \right.$$

$$\left. + \frac{l^2}{(2l)^2 - 1} E_{l,l'}(-\mu) + \frac{l(l-1)}{(2l)^2 - 1} E_{l-2,l'}(-\mu) \right].$$

Для численного решения задачи удобно разделить действительную и мнимую части выражения (6), как это сделано в [4]. Тогда получим с учетом источника со сплошным спектром:

$$\chi_l^{j+1} = G_{l0}^j \left(\sum_{l'} \overset{0}{E}_{l,l'} \chi_{l'}^j + \gamma \varepsilon_{l,l'}^j \chi_{l'}^j \right) + Q_{\chi_l}^{j+1}; \quad (7)$$

$$\chi_l^{j+1} = G_{l0}^j \left(\sum_{l'} \overset{0}{E}_{l,l'} \chi_{l'}^j - \gamma \varepsilon_{l,l'}^j \chi_{l'}^j \right) + Q_{\chi_l}^{j+1}; \quad \gamma = eE;$$

$$\chi_{kl}^j = i^l I_{kl}^j + (-i)^l I_{kl}^j; \quad \chi_{kl}^j = i^l I_{kl}^j - (-i)^l I_{kl}^j;$$

$$\varepsilon_{l,l'}^j = \left[-\frac{l(l+1)}{PV} \sum_{l'} \left\{ \overset{0}{E}_{l+1,l'}(\mu') C_{l+1} + E_{l-1,l'}(\mu') C_{l-1} \right\} - \right.$$

$$\left. - S_l \lambda_0 B^{-1} \sum_{l'} \left\{ \frac{l}{2l+1} \overset{0}{E}_{l-1,l'}(\mu') - \frac{l+1}{2l+1} \overset{0}{E}_{l+1,l'}(\mu') \right\} + \right.$$

$$\left. + \lambda_0 B^{-1} \sum_{l'} \left\{ \frac{(l+1)(2l+3)}{(2l+1)(2l+3)} \overset{0}{E}_{l+2,l'}(\mu') + \frac{(l+1)}{(2l+1)(2l+3)} \overset{0}{E}_{l,l'}(\mu') + \right. \right.$$

$$\left. \left. + \frac{l^2}{(2l)^2 - 1} \overset{0}{E}_{l,l'}(\mu') + \frac{l(l-1)}{(2l)^2 - 1} \overset{0}{E}_{l-2,l'}(\mu') \right\} \right];$$

Q — источник; $\mu' = \kappa\pi\lambda_0 L^{-1}$.

В случае слабого электрического поля χ_l^{j+1} , x_l^{j+1} можно представить в следующем виде:

$$\begin{aligned}\chi_l^{j+1} &= \chi_l^{j+1} + \gamma \Delta_x^{j+1}, \\ x_l^{j+1} &= x_l^{j+1} - \gamma \Delta_x^{j+1}.\end{aligned}\quad (8)$$

Теперь получим рекуррентные соотношения для определения χ_l^{j+1} , x_l^{j+1} . Для этого в (8) подставим выражения для χ_{kl}^j , x_{kl}^j . Получаем систему рекуррентных соотношений:

$$\chi_l^{j+1} = G_{l0}^j \sum_{l'} E_{l,l'}^0 \chi_{l'}^j + Q_{l\chi}^{j+1}; \quad x_l^{j+1} = G_{l0}^j \sum_{l'} E_{l,l'}^0 x_{l'}^j + Q_{lx}^{j+1}; \quad (9)$$

$$\Delta_\chi^{j+1} \equiv V_l^{j+1} = Q_{l0}^j \sum_{l'} [E_{l,l'}^0 V_{l'}^j - \varepsilon_{l,l'}^j x_{l'}^j];$$

$$\Delta_x^{j+1} \equiv W_l^{j+1} = G_{l0}^j [E_{l,l'}^0 W_{l'}^j - \varepsilon_{l,l'}^j \chi_{l'}^j].$$

Таким образом, получили систему соотношений (9), первые два которых могут быть использованы для расчета траекторного дифференциального потока $I_0^j(x, u)$ в отсутствие электрического поля, а вторые два используются для вычисления добавки $\Delta I^j(x, u)$, не зависящей от электрического поля. Общее решение уравнения (1) при наличии слабого электрического поля в этом случае можно представить в виде

$$I^j(x, u) = I_0^j(x, u) + eE\Delta I^j(x, u).$$

Для расчета функции $I^j(x, u)$ воспользуемся ее представлением через ряд Фурье:

$$I^j(x, u) = \frac{a_0^j}{2} + \sum_k a_k^j \cos k\pi x L_0^{-1} + b_k^j \sin k\pi x L_0^{-1}. \quad (10)$$

где коэффициенты a_k^j и b_k^j определяются из разложения по полиномам Лежандра, а моменты a_{kl}^j и b_{kl}^j разложения определяются через

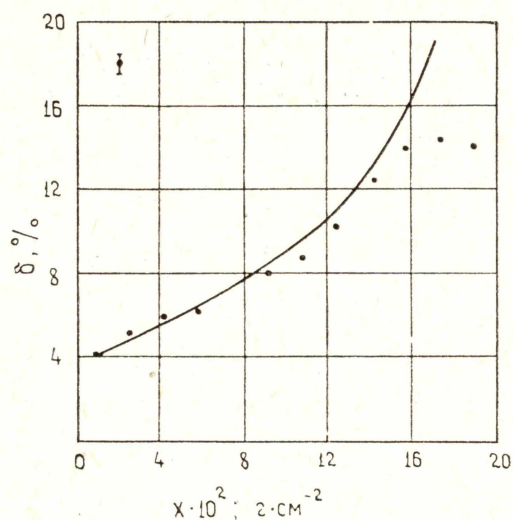
$$x_{kl}^j, \chi_{kl}^j, V_{kl}^j, W_{kl}^j.$$

Вычислив, например, распределение остановившихся электронов, легко найти кривую прохождения электронов, проинтегрировав выражение (10) в пределах от x до 1 при T -пороговой и проинтегрировав по углам.

На рис. 1 (сплошная кривая) приведена рассчитанная зависимость величины $\delta = \frac{I(x) - I_0(x)}{I_0(x)} \cdot 100\%$ от толщины диэлектрика, где $I(x)$ и $I_0(x)$ — число прошедших диэлектрик частиц при наличии и отсутствии электрического поля соответственно. Кривая рассчитана для изотропного пучка бета-частиц, сплошного спектра с граничной энергией 765 КэВ (TL^{204}) и разности потенциалов — 10 кВ для лавсанового образца.

Точки — экспериментальные результаты, измеренные для тех же параметров пучка бета-частиц, указанного материала и разности потенциалов.

Рис. 1. Зависимость величины δ от толщины образца x для изотропного пучка бета-частиц изотопа Tl^{204} , прошедших лавсановые поглотители при разности потенциалов — 10 кВ; сплошная кривая — расчет; точки — экспериментальные результаты



ЛИТЕРАТУРА

1. О. Б. Евдокимов, А. П. Яловец. Известия вузов СССР. «Физика», 1973, № 10.
2. А. А. Воробьев, О. Б. Евдокимов, Б. А. Кононов. В сб.: «Дозиметрия больших доз». Ташкент, Изд-во ФАН, 1966.
3. А. А. Воробьев, О. Б. Евдокимов, Н. К. Рыжакова. Известия вузов СССР, «Физика», 1973, № 1.
4. О. Б. Евдокимов. Известия вузов СССР, «Физика», 1973, № 1.